А. Н. Чупрунов (Казань)

К ПОЧТИ ВСЮДУ ВЕРСИЯМ ПРЕДЕЛЬНЫХ ТЕОРЕМ

Рассмотрим обобщение В.М.Кругловым [2] предельной теоремы Туманяна [1] для статистики Пирсона.

Пусть ξ_i, $i \in \mathbf{N}$, — последовательность независимых случайных величин, определенных на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathbf{P})$, равномерно распределенных на промежутке $[0,1)$, x_k; $0 \le k \le s$ $(s \in \mathbf{N})$, – такие числа, что $0 = x_0 < x_1 < ... < x_{s-1} < x_s = 1$. Обозначим $\Delta_k = [x_{k-1}, x_k)$, $p_k = x_k - x_{k-1}$, $1 \le k \le s$. Статистикой Пирсона (которую мы запишем в несколько нетрадиционной форме) называется случайная величина

$$\chi_n^2 = \sum_{k=1}^{s} \frac{n}{p_k} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} I_{\{\xi_i \in \Delta_i\}} - p_k \right)^2.$$

Пусть $W \subset \{1, 2, ...n\}$. Предположим, что входящие в W числа записаны в виде конечной последовательности в возрастающем порядке. Обозначим $N(W)$ — число элементов в W, $p_0 = \min\{p_k : k \in W\}$, $S_n = \frac{\chi_n^2 - \mathbf{E}\chi_n^2}{\mathbf{D}\chi_n^2}$, $n \in \mathbf{N}$, γ — стандартная гауссовская случайная величина, $\xrightarrow{w}$ — слабая сходимость.

Теорема Круглова. *Предположим, что величины* s, p_k, $k = 1, 2, ..., s$ *и множество* W *зависят от* n *таким образом, что* $s \to \infty$ *при* $n \to \infty$, $\inf_{n \in \mathbf{N}}\{n \min_{1 \le k \le s} p_k\} = a > 0$, $\lim_{n \to \infty} n p_0(W) = \infty$ $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{s} N(W) = 1$. *Тогда* $L(S_n) \xrightarrow{w} L(\gamma)$, $n \to \infty$.

Обозначим

$$Q_n(\omega) = (\ln n)^{-1} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \delta_{S_k(\omega)} =$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \right)^{-1} (1 + o(1)) \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \delta_{S_k(\omega)}, \ \omega \in \Omega, \ n \in \mathbf{N}.$$

Сформулируем версию "почти всюду" теоремы Круглова.

Теорема. *В условиях теоремы Круглова* $Q_n(\omega) \xrightarrow{w} L(\gamma)$, $n \to \infty$, *для почти всех* $\omega \in \Omega$.

В докладе приводятся версии "почти всюду" иных предельных теорем.

Работа поддержана РФФИ (проект 99-01-00441).

ЛИТЕРАТУРА

1. Туманян С. Х. *Асимптотическое распределение критерия* χ^2 *при одновременно возрастании объема наблюдений и числа групп*// Теория вероятн. и ее примен. – 1956. - Т. 1. – Вып. 1. – С. 131–145.

2. Круглов В. М. *Асимптотическое поведение статистики Пирсона*// Теория вероятн. и ее примен. – 2000. – Т. XXXXV. Вып. 1. – С. 73–102.

Г. Г. Шарафутдинова (Стерлитамак)

АЛЬТЕРНИРУЮЩИЙ МЕТОД В ТЕОРИИ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА С НЕГЛАДКОЙ ЛИНИЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА

Рассмотрим уравнение

$$sgny|y|^n u_{xx} + sgnx|x|^n u_{yy} = 0, \quad n > 0, \qquad (1)$$

в области D, ограниченной: 1) кривой Γ из класса Ляпунова, лежащей в первой четверти плоскости с концами в точках $B(1,0)$ и $B_1(0,1)$; 2) характеристиками AC и CB уравнения (1) при $x > 0, y < 0$; 3) характеристиками AC_1 и C_1B_1 уравнения (1) при $x < 0, y > 0$, где $A = (0,0)$, $C = (l,-l)$, $C_1 = (-l,l)$, $l = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, $\alpha = \frac{n+2}{2}$. Пусть $D_1 = D \cap \{x > 0, y > 0\}$, $D_2 = D \cap \{x > 0, y < 0\}$, $D_3 = D \cap \{x < 0, y > 0\}$; $x = x(s), y = y(s)$ — параметрические уравнения кривой Γ, s — длина дуги, отсчитываемая от точки B; S — длина кривой Γ.

Задача Трикоми (Задача T**)**. *Найти функцию u(x,y), удов-*